

幼児におけるたし算の方略

吉 村 たづ子

はじめに

雑誌“数学教室”（数学教育協議会編）の何年何月号であったか忘れたが、次のような内容の記事を見出した。ある学校で、一年生のくり上がりのある加法について調査した。教科書では、加数を分解して、被加数にたして10をつくるやり方であって、子供たちはそのように教えられたはずである。ところが、実際に子供達は、さまざまな方法を、自分なりに身につけて使っていたのである。自己流の5進法や数えたし、中には指がたりなくなると指の関節まで使ったの数えたしなど、バリエーティに富んでいたとのことである。

考えて見ると、大人にとっては何のこともなく思われる一桁の数のたし算も、ゼロをふくむたし算を除いても、81通りある。子供たちがそれをすべてはじめから暗記する筈はない。その子供にとって、修得しやすいたし算があり、たやすく修得しえたたし算をつかって、他のたし算をする場合もあるだろう。学校で一定のやり方で教えてさえ、さまざまなやり方で子供たちは考える。幼児がどのような過程でたし算を修得していくかを明らかにして、算数指導の一助としたい。

方 法

この研究は、初めに昭和49年、次に50年と一年おいて再度同じ被験児を調べたものを主とした研究である。49年にほぼ完全なデータの得られた10名のうち、次の年に追跡できたのは5名であった。

I 時期：昭和49年1月14日～4月13日

被験児：小学校一年生2名（男のみ）、幼稚園年長組8名（女2名）、他にたし算に時間がかかりすぎて、データを途中までしかとれなかった園児12名。園児は1人をのぞいて私立玉川幼稚園児、小学生は川崎市公立小学校生徒。

手続：右図のように、一桁のたし算81種をカードにかいておき、カードをランダムに提示し、答をもとめる。提示から答までの秒をストップウォッチで測る。面接中観察し、時々ど
ういう風にして答をだしたのかたずねる。おはじき、紙、鉛筆、ケシゴム等おいて、自分の指は勿論のこと何でも自由に使ってよいとした。尚このたし算81種を3回ずつすることのできた10人の被験児に一桁のひき算（36種、その他答がゼロになる $1-1$ 、 $3-3$ 、 $8-8$ ）をさせる。

$$3 + 4$$

$$8 + 7$$

Ⅱ 時期：昭和50年3月13日～4月10日

被験児：小学一年生10名（10名中5名は昨年調査した被験児、女3名）、幼稚園年長組7名（女3名）。

手続：前年と同じく、カードに書いたたし算を提示し、答をもとめ、その所要時間を測る。前年と異なるのは一年生の場合、45種のたし算（被加数 \leq 加数）を一回させる。というのは、前年の10人の結果からたし算の加数、被加数が逆になっても所要時間はあまり変わらない（逆との相関0.64～0.90、平均0.77）。また幼稚園児の場合たし算を16種（表4）に限ったのは、全部のたし算は発達のよい園児のみ可能であり、普通の園児には不可能であったからである。尚、今回は、一回のたし算毎にどのようにして答をだしたのかたずねる。

I 結 果

このたし算は速くできる被験児であっても、81種一通りするのに30分～50分かかった。3回（ 81×3 ）することのできた幼稚園児8名は、4、5月生れが多く、一番年若なのが9月生れであり、身体も知能もよく発達した子供たちであった。通常の幼稚園児は、数字はよめるが、このたし算を全部する

ことは困難であった。

次の図（図1～10）は、被験児10人のたし算の所要時間パターンと、その誤答のパターンである。所要時間は、そのたし算3回の時間の和をもとめた。ただし、最初に誤って答え、いい直したものは、はじめに答えた時までの時間とし、無答のときは他の2回分の平均とした。3回の和を階級づけて、1～7秒はブランクとし、8～13秒は“一”，14秒～19秒は“二”，20～25秒は“三”とし、以上6秒きざみに“四”，“五”，“六”を書き入れ、44秒以上を“多”とした。例えば、図1のKoという被験児は、1＋加数，被加数＋1，被加数＋2の形のたし算は、それに当るます目がブランクであるから、7秒以下、即ち1秒か2秒で直ちに答えることができたということである。7＋8のます目に“四”があるのは、このたし算3回するのに26～31秒かかった、即ち一回平均9～10秒の時間がかかったということである。

この10名の被験児の所要時間の図を見ると、被加数＋1，1＋加数は、ほぼ即時に答えている。加数＝被加数 ≤ 5 については、10名中7名は即時に答え、2名は2～4秒位（“一”）かかっている箇所が少しあり、1名は4＋4が3回分15秒かかっているが、他は即時である。即時に答えが出せるということは、考えなくてもすぐ答えられるということで、この1＋加数，被加数＋1，加数＝被加数 ≤ 5 の場合は、被験児全員がほぼ習熟しているとみなされる。図の右下の方の部分、即ち加数，被加数共に数が大きくなるにつれて、一般的に時間がかかり、図でいえば“四”，“五”，“六”，“多”などが多くなっている。しかし、時間が全体に多くかかっている子供もあり、少なくすんでいる子供もある。この所要時間の図のパターンもまた、多様である。被加数＋1と1＋加数が即時に近く、他は時間がかかったのはOooとNak，その上に対角線の左上部がブランク，即ち加数＝被加数 ≤ 5 が即時であって、他の部分に時間がかかっているのはT，Ha，Miである。他の子供たちは、それぞれ少しずつパターンが異なるようである。

表1は所要時間の総和と1回面接分の平均時間と、更に一つのたし算について(P.163)の平均時間の個人別表である。園児のうち、Nakが一番時間がかかり、

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下記△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

三＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2						一	一	一	
3						一			一
4							一	一	
5			一			一	一		一
6			一	一		二	二	二	三
7			一	一		三	二	一	四
8			一	一		二	二	四	四
9			一		一	二	五	三	五

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2						△			
3							△		
4							レ		△
5									
6		△△		△				△	
7		△				レ	△	△	
8							△		
9						レ	レ△		

図1 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Ko（女）42年6月23日生 実施日 49年1月12日，1月26日，2月5日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

三＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2				一	一	一	一	一	一
3				二	一	二	一	一	一
4		一	二	一	一	一	一	一	二
5		一	一	一		一	三	二	三
6		一	一	二	一	一	三	二	三
7		一	一	一	三	三	三	二	三
8		一	一	一	二	二	三	三	三
9			二	二	二	二	二	三	四

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそ
れが1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3						レ			
4						△△			△
5								△	
6						△			△
7				△		△△	△		△
8							△		
9					△				△△

図2 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Ooo（女）42年5月26日生 実施日 49年2月14日，2月19日，2月22日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにラング付
けをする。

ブランク = 1～7秒

一 = 8～13秒

二 = 14～19秒

三 = 20～25秒

四 = 26～31秒

五 = 32～37秒

六 = 38～43秒

多 = 44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		一							
2			三	四	二	二	一	二	二
3	一	一	一	多	五	四	二	五	四
4		三	六	一	多	三	六	四	三
5		一	三	二	一	二	六	六	六
6	一	二	二	三	二	六	四	六	多
7		二	二	四	四	多	六	六	多
8		一	四	三	六	六	多	多	多
9		二	二	三	六	五	多	多	三

誤りのパターン

△ = まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ = まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ 1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3						△レ		△	レ
4						レ	△レ		
5									レレ
6				レ			レ	レ	
7				レ	△	レ	△	レ	レ
8							レレ	△レ	レ
9	レ				レ		レ	レ	レレ

図3 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Nak（男）42年4月9日生 実施日 49年1月19日，1月26日，2月14日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

三＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2				一	一	一		一	一
3				二	一		二	二	三
4		二	二		三	二	二	三	四
5		一	一	二		三	四	三	三
6		二		三	二	四	四	三	四
7		一	一	二	四	二	二	四	四
8		二	三	二	三	三	三	三	四
9		一	四	三	四	三	三	三	三

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2						△			△
3							△		△
4									△
5				△△△			△		
6						△	レ		△
7									△
8			△			△	△		
9			△	△	△				△

図4 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

T（男）42年5月17日生 実施日 49年2月9日，2月13日，2月18日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

三＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2			一				一	一	一
3		一		一	一	一	一	一	一
4			一	二	一	一	一	一	一
5			一	三		二	三	二	二
6			一	二	一	一	二	二	二
7				二	一	二	二	二	三
8			一	三	二	二	三	三	二
9		一	一	一	二	二	三	三	

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									△
4									
5									
6				レ					
7									△
8						レ			
9									

図5 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Mo（男）42年8月3日生 実施日 49年1月26日，2月1日，2月2日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク = 1～7秒

一 = 8～13秒

二 = 14～19秒

三 = 20～25秒

四 = 26～31秒

五 = 32～37秒

六 = 38～43秒

多 = 44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2				二	一	二	二	一	一
3				三	三	三	五	六	三
4		二	三		一	二	二	三	二
5			二	一		一	二	四	四
6		一	一	一	一		四	三	四
7		二	二	二	三	四	三	六	四
8		一	二	三	六	三	五	五	四
9			二	四	一	二	五		二

誤りのパターン

△ = まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ = まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ 1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3		△		△	△△				
4		△	△						
5									
6									
7									△
8					レ		レ		
9									△△

図6 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Ha（男）42年5月11日生 実施日 49年1月16日，1月26日，1月26日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク = 1～7秒

一 = 8～13秒

二 = 14～19秒

三 = 20～25秒

四 = 26～31秒

五 = 32～37秒

六 = 38～43秒

多 = 44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2				一	一	一	五	一	一
3		一		二	二	一	四	二	三
4		一	一		一	三	三	三	多
5		二	一	一		一	二	五	多
6		二	二	三			一	六	多
7		二	一	多	四	三	四	六	五
8		二	三	三	四	四	六	一	二
9		一	六	五	六	多	多	一	二

誤りのパターン

△ = まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ = まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ 1 つはそれ
が 1 回、正 2 回。△△
またはレレはそれが 2
回、正 1 回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4							△△	レ△	レ
5		△							
6							△		△
7				△△				△	レ
8			△			レ	レ△		
9			△	△△		△	△		

図 7 たし算の個人別パターン (H: 被加数, K: 加数)

Mi (男) 42年 9月 4日生 実施日 49年 2月 24日, 3月 13日, 4月 13日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

三＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2						一	一		
3				一			一	一	二
4		一	一			一	一	一	
5						一	二	三	
6		一	一		一	一	多	二	一
7		一		一	一	二	一	二	一
8			一	一	一	二	一		一
9					一	一	一	一	

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2				△△					△
3				レ△△			レ△	△	
4		△	レ△△			レ△			
5							△	△△	
6			レ△			△	△	△	
7		△			△	△△	△	△△	
8			△		△	△△	△		
9						△			

図8 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Nag（男）42年5月3日生 実施日 49年3月4日，3月8日，3月11日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2						一			一
3				二		一	一	一	一
4		一	一			一	二		一
5			一				一		一
6			一	一		一	一	三	一
7			一	二	一	一	四	一	一
8					一	四	一	一	二
9		一	一	一	一		一	四	三

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3							△		
4									
5									
6									
7							△		
8									
9					△				

図9 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Wa（男）41年12月10日生 実施日 49年3月1日，3月1日，3月4日

所要時間パターン (3回の和)

ただし、下図△の場合
最初の反応時間（まち
がった答をした時まで
の）を所要時間とする。
下記のようにランク付
けをする。

ブランク＝1～7秒

一＝8～13秒

二＝14～19秒

三＝20～25秒

四＝26～31秒

五＝32～37秒

六＝38～43秒

多＝44秒以上

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1						一			
2				一	一	一	二		一
3				一	三	二	一		
4						一	一	二	二
5						一	三	三	一
6		一	一	二	一	三	五	四	四
7		一	一	二	二	五	多	四	多
8		一	二	二	二	四	多	多	四
9			一	一	一	三	五	四	四

誤りのパターン

△＝まちがった答を
したが、自分で
気づいて正しい
答をしたもの。

レ＝まちがったまま
気づかなかった
もの。

△またはレ1つはそれ
が1回、正2回。△△
またはレレはそれが2
回、正1回の意味。

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6					△			△	
7	△						△		
8					△				
9		△				△			

図10 たし算の個人別パターン（H：被加数，K：加数）

Ka（男）41年6月15日生 実施日 49年3月1日，3月4日，3月4日

次に Mi, 次に T と Ha, あとはたし算一回平均2.7~4.0秒で時間がかかっていない。一年生はこの所要時間では、園児とひどく差があるとは思われない。

誤りのパターンを見ると、図9, 10の一年生2名は、一時のいいまちがいはあっても、誤ったまま気がつかなかったことはない。幼稚園児8名は、誤りの少ない Mo (図5) でも、 $6+4$ が3回中1回、 $8+6$ が3回中1回誤ったまま気づかないでいた。

誤りの数については、表2にまとめてみた。Nak は3回のうち1回は、少なくとも間違えたまま(あるいは無答)のたし算が20もあり、全園児の中で最も多い。Nag は“V”を含むものは5であるが、“△”または“△△”は19もあり、合せて24のたし算で何らかの誤りを、三回の面接中一~三回犯したということで、10名中もっとも多い。しかし、Nag は表1を見ると所要時間が10名中もっとも少ないので、速く反応するが、いい間違いが多いと思われる。Ooo と T については、“V”のエラーが各1つであり、“△”のエラーが比較的多い。Mo と Ha は、“V”は共に2つ、“△”も他の園児より少ない。Ko と Mi は、“V”が4か5で、“△”が多い。

次に、被験児の内省報告と実験者の観察から、被験児ひとりひとりのたし算の方略を、箇条書きにしたのが表3である。

内省をとることを思いついたのは、何回か被験児に接した後であったので、初めに面接した被験児は、観察も内省もあまり記録がない。記録が殆どない Nak を除く9名のうち、大きくわけると、10進が小学一年生の2名、数えたし5名(Mo と Ha は指をつかった典型的なかぞえたし、Ooo と T は大部分頭の中で指をかぞえ、Ko は記録少なく明確でない)、自己流基本型とでも名づけたい、 $5+5$, $6+6$ などを基本として比べ、それより2つ多いとか1つ少ないとか考えて答えをだす方略が2名(Mi と Nag)であった。

この10名の被験児に一桁の引算をさせたのは、子供たちはたし算をするのに案外引き算を使っていたからであるが、結果は、少しの間違い(ただし殆ど“△”)はあっても、10人ともよく習得していた。

表 1 所要時間（秒）

（49年調査）

被験児 所要時間	1 Ko	2 Ooo	3 Nak	4 T	5 Mo	6 Ha	7 Mi	8 Nag	幼稚園児 平均	9 Wa	10 Ka	小学 平均
81たし算の 3回の和	765	961	1,972	1,194	907	1,235	1,670	665	1,171	691	1,168	930
平均1回81 たし算分	255	320	657	398	302	412	557	222	390	230	389	310
平均一つの たし算分	3.1	4.0	8.1	4.9	3.7	5.1	6.9	2.7	4.8	2.8	4.8	3.8

表 2 誤りの回数

（49年調査）

被験児 誤りの種類	1 Ko	2 Ooo	3 Nak	4 T	5 Mo	6 Ha	7 Mi	8 Nag	幼稚園児 平均	9 Wa	10 Ka	小学 平均
▽▽			3									
▽△△								2				
▽△	1		3				2	3				
▽	3	1	14	1	2	2	3					
△△△				1								
△△	1	3				2	3	5				
△	9	9	3	16	2	5	8	14		3	7	
計	14	13	23	18	4	9	16	24	15	3	7	5
▽をふくむ ものの計	4	1	20	1	2	2	5	5	5	0	0	0
▽の総数	4	1	23	1	2	2	5	5	5.4	0	0	0
△の総数	12	15	6	19	2	9	16	31	14.8	3	7	5
▽, △あわ せた総数	16	16	29	20	4	11	21	36	19.1	3	7	5

▽：誤り，または無答

△：誤って答え，自分で気づいて正答したもの

表3 被験児の報告と実験者の観察（昭和49年調査）

メモ（「…」は被験児の言葉）	方略
1. Ko(女)	
<p>3年保育の園児。 園長の話によると、すすんでいる子。 反応が早い。 あまり指をつかわない。 大部分はぱっと答えられる。</p>	<p>1. 加数を指で1つずつかぞえる。(8 + 6、9 + 9のような大きな数のとき)</p> <p>＊初期に面接したため、被験児の内省報告をあまりとらなかった。</p>
2. Ooo(女)	
<p>「1年生のお姉ちゃんが教えてくれた、それから自分で考えた」</p> <p>普通は前を見たまま答えるが、時々ま下を見る（即ち、ひざの上の手をちらと見る）。</p>	<p>1. 被加数と加数のうち大きい数に、小さい数を1つずつたしていく。 その1つずつのたし方は a. 大部分頭の中でしている。 b. 困難をかんじると下の指をみる。 c. 更に困難であるときは指をおってかぞえる。</p>
3. Nak(男)	
「頭の中で計算」	＊初期に面接のため記録なし
4. T(男)	
<p>おとなしくて、まじめで口数少なく、しっかりしている。 まっすぐ前を見て、宙をにらんで答える。時に机の下を見るのは指をながめるらしい。 「あたまでたす」</p>	<p>1. 片方の数を頭の中に入れ、 a. (もう一方の数だけ)頭の中で指ををかぞえる。 b. 困難をかんじるとき、机の下の指を見る。 c. より困難であるときは、数えたししを指で勘定する。</p>

5. Mo(男)

「お母さんに教えてもらっている」
「あたまでした」…すぐ答えた時。
2月1日2回目は81種たしざんを一つもまちがえなかった。

1人子
母教育熱心

1. 大きい数に小さい数をたす。
小さい数をゆびで一つずつかぞえたすゆびをおる。

2. 記憶している。

6. Ha(男)

体が大きく発育がよい。
長男
自分は頭がよいとの自信がある。
時間がかかっているたし算は指でかぞえている。

1. かぞえたし

a. ただし、眼でのこりの指をかぞえる。

$$7 + 8$$

$$7 + \underset{1}{\bigcirc} \underset{2}{\bigcirc} \underset{3}{\bigcirc} \cdots$$



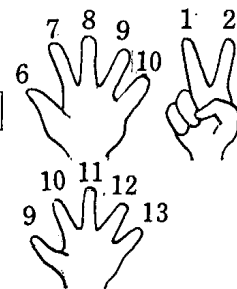
$$4 + 9$$

$$9 + 1 + 3$$

b. かぞえたしでも加数からかぞえる。

$$7 + 5 = 5 + 7$$

$$8 + 5$$

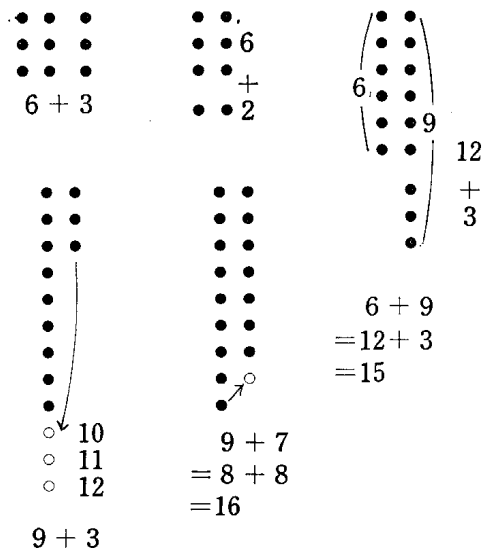


7.Mi (男)

指をつかわない

「BCGのあとのように」

自分で紙に鉛筆でBCGのイメージをかいて説明した。



9 + 7 「これはむづかしいぞ、くそ」

カードをにらめる。

7 + 6 「あたま」

4 + 8 「おぼえているから」

1回目の試行のとき、まちがえてこたえ、22秒で正解した故おぼえていたとはおもわれない。そのたびにちがったやり方をする。少し前に成功した計算をつかう。

1. $h + k = k + h$

たす順序をかえても結果は変わらない。

$4 + 9$ をさつきの $9 + 4$ と同じ、 $2 + 8$, $8 + 2$ も同じ。

2. 小さい数を分解して大きい数にたし10をつくる。

3. 大きい数に小さい数をかぞえたす。

例 **3 + 7**

7, 8, 9, 10

4. $5 + 5$, $6 + 6$, $8 + 8$, $9 + 9$, $10 + 10$ を基本とし、被加数と加数の基本よりの大小で計算する。 $7 + 7$ だけは基本としない。

5. $4 + 8$, $8 + 4$ を基本とする。

例 **4 + 9**

$$\begin{array}{r} 4 + 8 = 12 \\ + 1 \\ \hline 13 \end{array}$$

8 + 3

$$\begin{array}{r} 8 + 4 = 12 \\ - 1 \\ \hline 11 \end{array}$$

6. 片方が5のとき、もう片方を5と小さな数に分解。

例、**9 + 5**

5 + 4 = 9, 9 + 5 = 14

8. Nag(男)

「自分で考えた」
「あまり勘定したことがない」

あそびながら答える。
指で勘定しない。

1. 答が10になるたし算を基本として、それより1つ多いとか2つ少いかで答をだす。
($7 + 4$ は $6 + 4$ が10だから11)
2. $10 + 5$ を基本とする。
3. むつかしいたし算は、被加数、加数共にそれだけの数のおはじきを数えだし、はしからかぞえる。
4. 大きい数に小さい数をかぞえたす。
例、 $2 + 7$ を7に8,9とする。
5. 小さい数を分解して大きい数にたし、10をつくる。
6. $5 + 5$, $6 + 6$, $7 + 7$ を基本とする。
7. 5をふくむたし算は5でない方を分解して5と何かにする。
※1の方略の1部と見なすこともできる。

9. Wa(男)

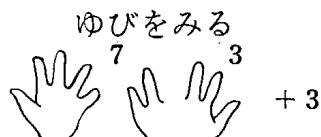
「おぼえちゃった」
「昨日しておぼえた」
少しのたし算だけ指をつかった。

1. 小さい数を分解して大きい数にたして10にする。
2. 両数から5をとって10とする。
 - a. あたまの中で。
 - b. ゆびをみて。

10.Ka(男)

10進、多く、ついで5進、かぞえたし少々。困難なときゆびをみる。

$$7 + 6$$



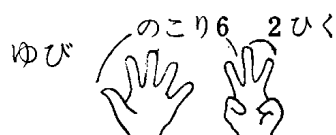
$$8 + 7$$

ゆびをみただけで15と答えた。

$$9 + 9$$

「前からわかる」

$$8 + 8$$



1.片方の数を分解して片方の数にたして10をつくる。

2.片方が5のとき、もう片方を5と小さい数にばらす。

3.大きい数に小さい数をかぞえたす。

Ⅱ 結 果

50年のデータを表4, 5, 6に表わす。表4を見ると、当然であるが、大きい数のたし算になる程時間がかかっている。下の方の6種のたし算は答えでない被験児が1～3名いたのである。表5は幼稚園児個人々々の所要時間平均である。もっとも平均所要時間の少いEは、3.9秒であり、もっとも多いのはMの24.6秒である。この結果は、幼稚園児においては、計算能力に非常に個人差があることを示している。

表6は、一年生10人のたし算に要した時間の平均である。例えば $2 + 4$ は平均2秒である。これに“△”をいいまちがえた回数(即ち人数)だけかき入れてある。尚かつこをつけて書き入れた数字は、表4の園児の平均である。一見しただけで、一年生は園児より計算能力にすぐれていることがわかる。

また少し別の見方をすると、一年生10人全部が即答(2秒以下)できるたし算は、 $1 + 1$, $2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $5 + 5$, $1 + 2$, $1 + 7$, $1 + 8$, $1 + 9$, $2 + 8$, $5 + 6$ である。9人が即答できたのは、 $1 + 3$, $1 + 4$, $1 + 5$, $2 + 3$, $2 + 5$, $2 + 9$, $4 + 5$ である。8人が即答は、 $1 +$

表 4 各たし算ごとの平均所要時間（50年調査）
被験児：幼稚園児
平均年齢 6 才 4 カ月

		たし算	秒
全 員 7 名 の 平 均	1 + 1	5	
	1 + 2	4	
	1 + 5	5	
	2 + 1	6	
	2 + 2	4	
	3 + 1	11	
	3 + 3	7	
	4 + 4	13	
	5 + 3	16	平均
	7 + 1	13	8
5 名 の 平 均 (無答などのため測定できぬものあり)	4 + 3	19	
	6 + 6	8	
	7 + 7	27	
	8 + 8	21	
	9 + 4	14	平均
	9 + 9	19	18

表 5 個人別平均所要時間（50年調査）
被験児：幼稚園児 平均年齢 6 才 4 月

秒 個人名	10 種 の た し 算 平均 *	6 種 の た し 算 平均 **	一たし算 平 均
EN	2	8	4.3
E ♀	2	7	3.9
K	6	27	13.7
A ♀	7	19	11.5
O	10	14	11.5
Oo ♀	10	25	15.6
M	22	29	24.6
全 員	8.4	18.4	12.2

* 表 4 の上方の10種

** 表 4 の下方の6種

6, 2 + 7, 3 + 5, 3 + 7 であった。これらは図11に示している。

次に、表 7 に幼稚園児、表 8 に小学一年生の各個人別の方略を列举する。幼稚園児は、具体的にせよ、頭の中にせよ、指でかぞえているのが大部分である。ほぼいつも同じ方法で計算する子供もあり、色々なやり方をためすような子供もある。一年生の方略も、個人差が大いにある。表 9 は、一年生について、どのような方略がどのくらい使われているかを示している。10を作

表6 1年生10人のたし算に要した時間の平均(秒) 50年調査

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1 ₍₅₎	1 ₍₄₎	1 [△]	1	1 ₍₅₎	1	1	1	1
2	₍₆₎	1 ₍₄₎	1	2	1	3	3	2	2
3	₍₁₁₎		1 ₍₇₎	3 [△]	3 [△]	4	3	3	5
4			₍₁₉₎	1 ₍₁₃₎	2	4 [△] _△	4 [△]	5	3 [△]
5			₍₁₆₎		1	1	4 [△]	3	4 [△]
6						5 ₍₈₎	5	6 [△]	4
7	₍₁₃₎						7 [△] ₍₂₇₎	5 [△]	8 [△]
8								3 ₍₂₂₎	4
9									3 ₍₂₀₎

△：いいまちがった回数、()の中の数字は幼稚園児の要した秒

H：被加数 K：加数

H \ K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2				B		B			
3				B		B		B	B
4						B	B	B	B
5							B	B	B
6						B	B	B	B
7							B	B	B
8								B	B
9									B

図11. 1年生10人について、即答できるたし算(2秒以下) 50年調査

H…被加数、K…加数、10人 9人 8人 7人以下

例えば、 $4 + 4$ は10人全部が即答し、 $3 + 5$ は8人が即答した。

る計算法がもっとも多く、5を基準とするものが $\frac{1}{4}$ 位あり、同数のたし算を基準とするものはわずかであった。

表7 幼稚園児の方略（50年データによる）

En

- 4 + 3 「ぱっと」
 3 + 3 「何も考えない」
 5 + 3 「あたまの中で指を数える」
 8 + 8 :::::::::: とかいてかぞえた。
 9 + 4 「9, 10, のこり3で13」
 7 + 7, 9 + 9 手をだして、指をみただけでできた。
 6 + 6 「5 + 5 と同じだから」

E

指を使う。

A

「頭の中で指をかぞえる」

7 + 7 「 2つあると思う」

4 + 3 ちらと指をみただけで答える。

O

はじめは自分の指をゆっくりかぞえた。3 + 3, 2 + 2が指をみただけでできるようになり, 7 + 7は自分の足指もつかってかぞえて正答した。この16種のたし算をしている間にも進歩がいちじるしい。

Oo

指をあまり使わず、宙をにらんで考える。それでわからぬ時ちらと指をみる。

表8 小学一年生の方略（50年データによる）

* 49年調査の被験児

Mi *

大体 大の数を10にして計算する。5 + 6は6を5と1に分ける。1年前は同じ数のたし算を基本とし、たしたり引いたりしていたが、今は7 + 8は8 + 8 = 16より1小さいなど近い数のときのみこの方法をつかう。以前に使っていたBCGのあとのイメージはつかわない。

Mo *

全部 大の数を10とするやり方。殆ど例外はない。

Ha *

大ていは大の数を10とするが時には小さい被加数を10とする。片方が5の時はもう一方を5と何かにわけし、 $6 + 6$ でも、5と5，1と1， $2 + 7$ は $3 + 7 = 10$ だから9。

Ooo *

5を基準とすることが多い。大きな数のたし算の場合殆どそうである。他は大の数を10としている。

T *

Ooo とほぼ同様である。Ooo と同じ組であって担任はタイルを使って指導しているとのこと。

Kaw

$2 + 7$ 「 $3 + 7$ なら10だから」

$4 + 5$ $4 + 4 = 8$ $8 + 1 = 9$

$8 + 8$ 「 $7 + 7$ に2をたした」

$6 + 7$ 「 $8 + 8$ より3たりない」

大の数を10にするやり方もしているが、他の被験児に比べると、同じ数のたし算を基準とすることが Mi と同様多い。

I

他の被験児より、被加数を10にすることが多い。

V

基本的には指でかぞえたしする。

Am

片方が5であれば、5を基準。あとは大の数を10とすることが多い。

In

「ぱっとわかる」と答えることが多い。しかし時にあたまの中でかぞえたしをする。

表 9 1 年生10人の方略の分類（昭和50年調査）

数字：使用した度数

方 略 \ たし算の種類	A	B	計
被加数を10にする	14	2	16
大きい(同じ)数を10にする	35	36	71
即時にでき、おぼえている	16	11	27
5を基準にする	23	24	47
同じ数のたし算を基準とする	8	2	10
その他（指を使うなど）	4	13	17
計	100	88	188

A：6 ≤ 被加数 ≤ 9 且 6 ≤ 加数 ≤ 9 且、被加数 ≤ 加数のたし算10種。

B：(被加数 ≤ 加数のたし算 - A) の中の12種のたし算

考 察

これらの結果を総合して考えて見よう。まずこのたし算の結果の平均的な面を挙げて見よう。所要時間の図1～10を見ると、10名全員が1 + 加算、被加数 + 1 の計算は平均1秒か2秒で答えている。加数 = 被加数 ≤ 5 の時もほぼ即時である。例外として1名が4 + 4 で平均5秒かかっている。表1 所要時間の和の平均を見ると、当然であるが、園児は小学一年生より時間がかかっている。ただし園児の1名は、10名中もっとも所要時間が少ないなど、所要時間はそれほど園児と小学生とを分けるものではない。表2の誤りの数に目を移すと、小学一年生と園児との差は明らかである。“V”の誤りは小学生は皆無であり、“△”の誤りも少ない。園児の平均は“V”の誤り5.4，“△”の誤り14.8である。園児のなかでもっとも誤りの少ない Mo も、“V”が2，“△”が2であって、誤答したまま気づかなかったことが2度あるのである。

次に、次の年の結果（表6）を見ると、園児にさせたたし算が少なく、一

年生とオーバーラップするものは、加数＝被加数の8つのたし算と、 $1+2$ と $1+5$ であって、この10のたし算の平均時間は園児11.5、小学一年生2.4である。誤りについては、園児は勿論誤答のままあるいは答をだせないものも多く、一年生は表6に見るよう“△”の数だけ10人のうちだれかが、一時の誤りを犯している。前年と同じく一年生と園児では非常な差があると思われるが、両者が同じたし算をしたのは上記の10のたし算だけであるので、明確な数値で比べることはできない。この二年にわたるデータを総合していえることは、一年生と幼稚園児とでは、一般にたし算の計算力において一年生が格段に優れているということである。

方略について考えて見よう。49年調査のデータでは、幼稚園児の場合、大きくわけると、指を使って数えたしするタイプと、頭の中で自分の修得ずみのたし算を基本とし、たしたりひいたりして答をだすタイプとに分けられる。前者の典型は Ha と Mo で、後者は Mi と Nag である。後者をかりに自己流基本型と名づけよう。

さて、数えたしといっても、さまざまなやり方や段階がある。幼い感じのする Ni は35分かかってやっと19のたし算をすることができたのであり、時

Ni 方略

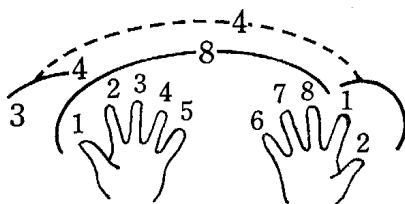
① $3+8$



実験者の指をかす

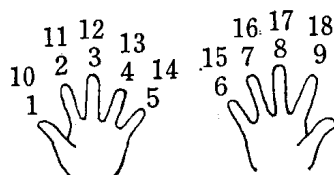
自分の指でたりないとき、指をかりてかぞえ、はしからかぞえなおす。

② $8+4$



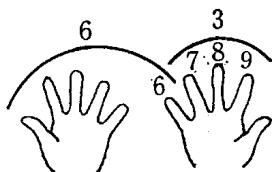
指のたりない所ははじめの指にもどる。

③ $9 + 9$



同じ数をたすとき、同じ指を2度かぞえる。

④ $6 + 3$



被加数のさいごから数える。

間がかかりすぎてデータをおわりまで取れなかった一人であるが、その19のたし算をしているうちに、数えたしのやり方が図のように進歩したのである。

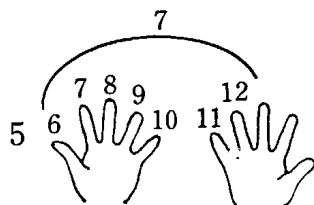
Ha 方略

① $7 + 4$

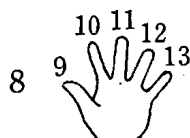


眼でのこりを数え、加数になるまでかぞえる。

② $5 + 7$



$8 + 5$

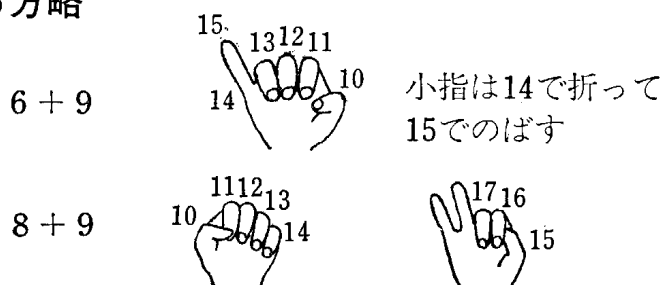


加数のみを数える

Ha の数えだし（前頁の図）は、はじめ①のようにし、少し後にはすばやく加数のみを数えるようになった。

Mo の数えだしは、はじめから、加数、被加数のうち大きい方の数を被加数としておき、小さい数のみ指おって数えるやり方であった。

Mo 方略



一年生の Wa は、大きい数に目をつけ、小さい数を分解して大きい数にたし10をつくるやり方であるが、時には5進などのやり方もする。7 + 7だけは困難であったが他は間違いも少なくよく修得していた。もう1人の一年生 Ka は、Wa と同じく10進法であるが、時には数えだしもする。両手をチラと見ただけで答えるときも、指を勘定する時もある。しかし勘定するといっても、園児と違って指のたすけを借りて10進法でしているときもあると思われる。

Ka 方略



得られた情報を使って、ほんの少しではあるが足りない情報は想像で補い、個々の被験児のストラテジーをフローチャートであらわした。Ha と Mi と Wa のストラテジーを図12~14に示す。

次に50年のデータの方略を見よう。園児の方略は多様である。実際に指をつかうもの、指をちらとみただけでできるもの、頭の中で指をかぞえるもの、・・・のような黒丸をかいてみるものもある。更に、いつも同じやり方です

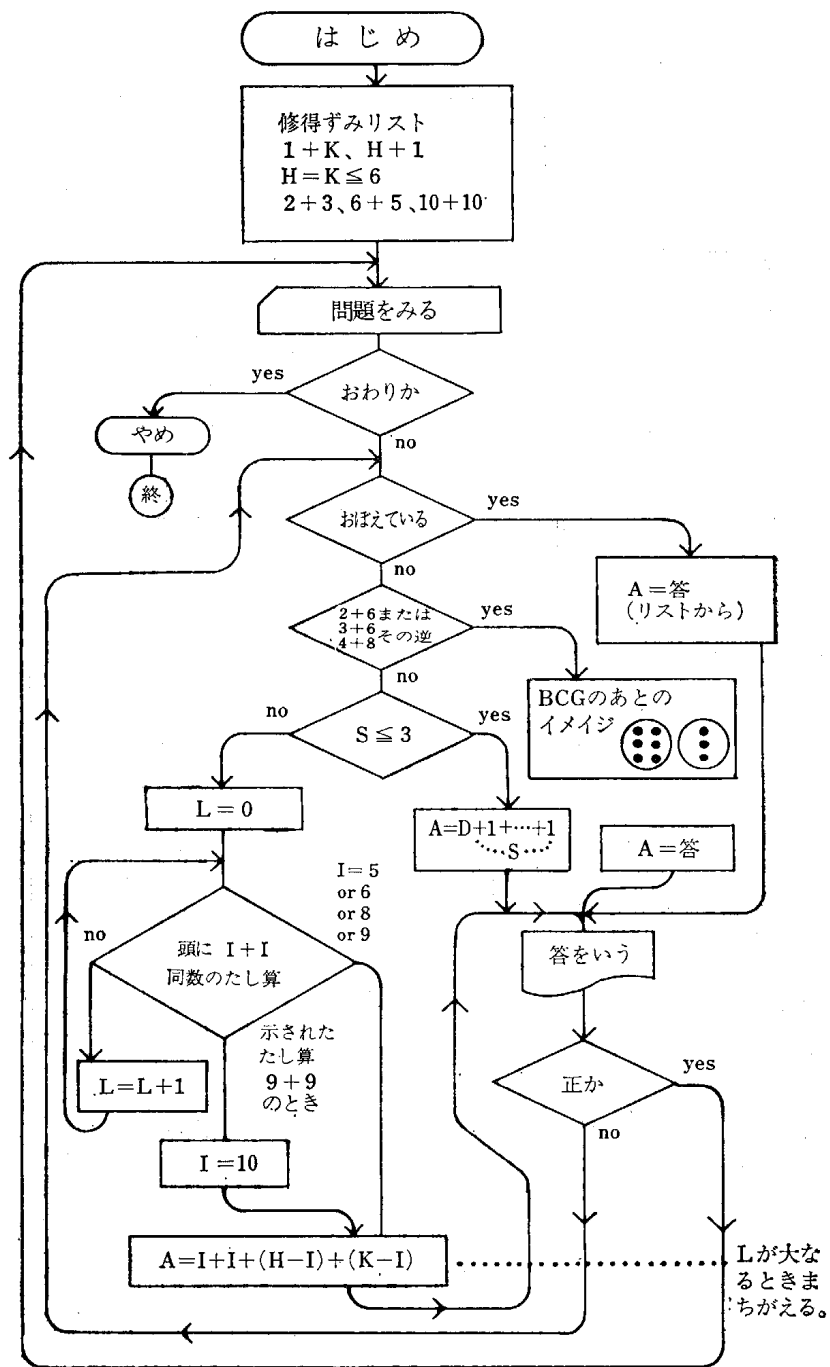


図13. Mi(男) 自己流基本型

K : 加数 D : K, H の中大きい数
H : 被加数 S : K, H の中小さい数

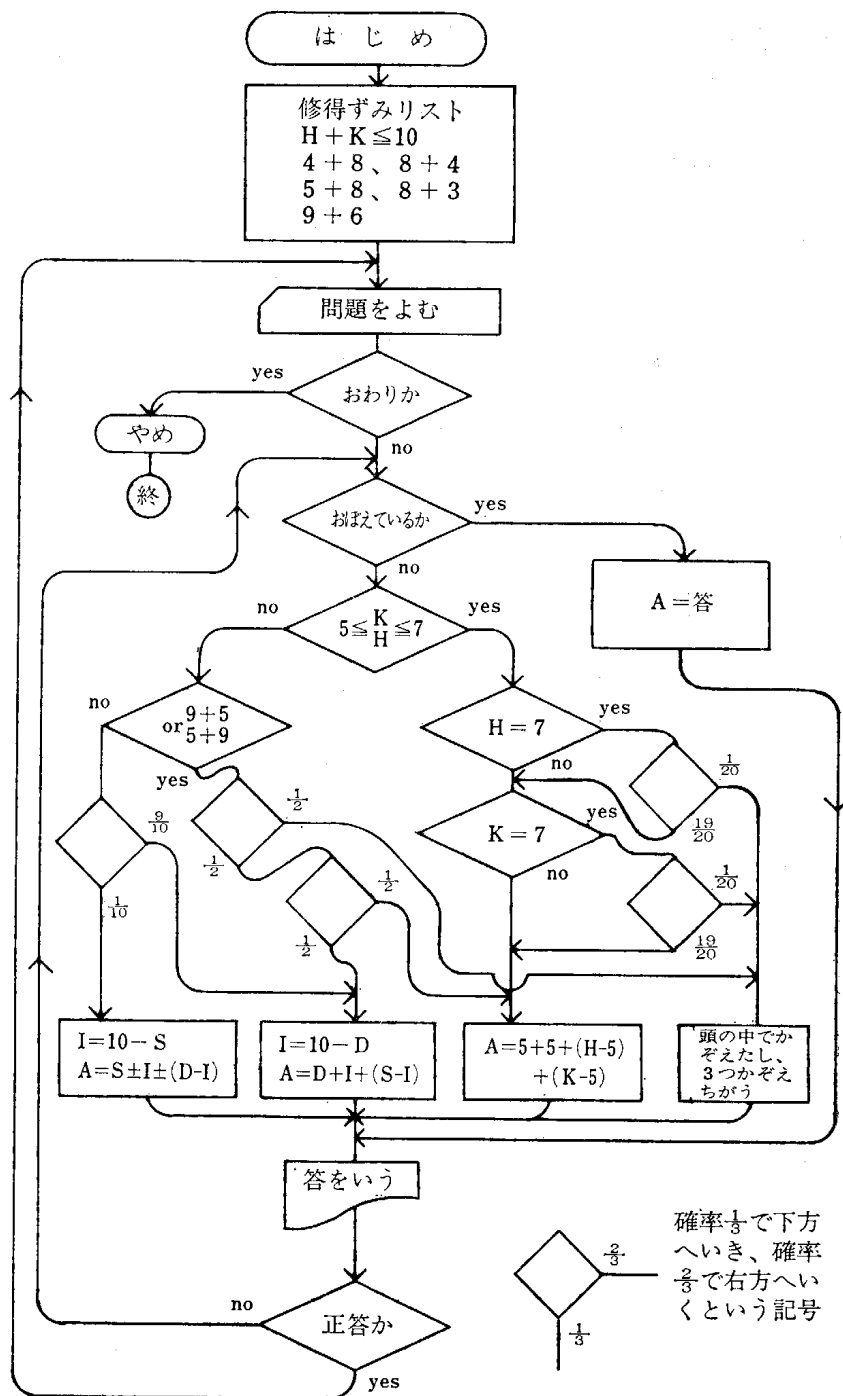


図14. Wa(男) 10進型(一年生)

K : 加数 D : K, Hの中、大きい数

H : 被加数 S : K, Hの中、小さい数

るものとさまざまな方法をつかうものもいるし、Oのようにこの16のたし算をしている間に進歩の著しい園児もいる。

小学生は10をつくる方法（大部分の教科書では被加数を10にする）を指導されているが、それでも種々の方略を使っている。表8に見るよう個人差が見られる。同じ数のたし算を基準にするやり方を、まだ時にしているのは、Mi と Kaw であり、Ha と Am は大の数を10とすることが多いが、片方の数が5である時は $5 + 5$ を基準とするなど少し異った方略を使う。Mo は大の数を10にするやり方一本で他のやり方をしない。Ooo と T は、同じクラスであって担任の教師がタイルを使って水道方式で指導しているとのこと、そのためか $5 + 5$ 基準が多い。皆5と何かにばらすため、かえって時間をとってしまっている感がある。

この一年生10名中5名は、前年幼稚園年長組のとき調査した被験児たちである。前年 Mi は、同じ数のたし算を基本とする方略であり、自分で・・・のような黒丸をかいて説明し、BCG のあとのイメージであると報告した。Ha ははっきり指をたて加数から勘定した。Mo は加数から指を明確に折って勘定した。Ooo は、ひざの上のにぎった指をちらと見て答え、T は宙をにらんで答えた。それが一年たった時、指もイメージも使わず、5名とも算数は得意学科のようであった。

Mi は、同じ数のたし算を主として基準としていたから、10進になおすとき困難であるかと想像していたが、スムーズに学校の教授を受入れたようである。

表9に見られるよう、一年生の方略は約半分は10進であり、5を基準が約 $\frac{1}{4}$ 、即時にでき、おぼえているのがその次で、同じ数のたし算基準が少々である。この結果も10進と5進合せて約75%であるから、微妙な方略の違いはあるにせよ、学校の教授を10名全員がよく受入れている結果と思われる。

子供が、たし算をはじめて学習する時、指またはおはじきなどで、被加数と加数の数だけかぞえだし、両者をあわせて、はじめからかぞえなおすようである。はじめは具体物でかぞえたしをし、次に頭の中でかぞえたしをし、

更に集合数として数をたしたりひいたりして計算をするようになると思われる。自己流基本型の子供は数えたしをした期間が非常に短くあったと思われる。

数えたしタイプと自己流基本型（同じ数のたし算を基準にすることが多い、あるいは n 進といった方がよいかも知れない）とは、発達段階の差というより、子どもの個性によるタイプと思われる。

このように、子供個人々々がそれぞれ異ったやり方をしている上に、一人の子供がずっと唯一の法則でおしとおすことはまれで、時によってそのストラテジーをかえている。習いはじめの園児程、さまざまなやり方を試していると思われる。そしてわずかのたし算をしているうちにも、自分で考えて長足の進歩をする事実を目をみはる思いであった。

あとがき

この研究は、お茶の水女子大学藤永保教授に御指導いただき、はじめて方針がたち、なすことができた研究である。そして、教育心理学会に昭和49年と50年に発表したものを、今回まとめなおしたものである。

幼児にとって非常に努力の要するたし算を、殆どの子供たちが喜んで長時間して下さったことは、私にとっておどろきであり嬉しいことであった。ここに、藤永先生はじめ、御協力下さった幼稚園、小学校の先生方、並びに被験児の方々に深く感謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 藤永保, 1962. 「幼児数概念の方法論的考察」, 『東京女子大学論集』, 第十三巻第一号
- 2) 藤永保, 斎賀久敬, 細谷純, 1963. 「実験教育法による幼児数概念の研究Ⅰ」, 『教育心理学研究』, 第11巻第1号, 18—26.
- 3) 藤永保, 斎藤久敬, 細谷純, 1963. 「実験教育法による幼児数概念の研究Ⅱ」, 『教育心理学研究』, 第11巻第2号, 11—53.
- 4) 倉石精一, 梅本堯夫, 安原宏, 奥野茂夫, 村川紀子, 百名盛之, 添田信子,

1958. 「数学学力と知能因子の関係に関する発達的研究」, 『教育心理学研究』, 第6巻第3号, 159—167.
- 5) 野呂正, 1961. 「幼児の数概念の発達」, 『教育心理学研究』, 第9巻第4号, 42—51.
- 6) R. R. スケンプ, 1973. 『数学学習の心理学』, 東京新曜社.
- 7) Joachim F. Wohlwill, Roland C. Lowe, 1962. 「Experimental Analysis of the Development of the Conservation of Number」, 『Child Development』, 1962, 33, 153—167.
- 8) Blaine R. Worthen, 1968. 「Discovery and Expository Task Presentation in Elementary Mathematics」, 『J. of Educational Psychology』, Vol, 59, No. 1, Part 2, 1—13.